# 廻転星に於ける磁場の発生と一般化されたオームの式 (輻射ガス力学の運動方程式の研究会報告集)



加藤, 正二

数理解析研究所講究録
92巻 1970年 85-94



# 廻転星に於ける磁場の発生と一般化されたオームの式

東大 理天文　加藤 正二

## §1. 序

恒星にはAp型星と呼ばれる一連の星のグループがある。これらの星は強い磁場（通常数千ガウス）を持つことが特長の一つとされている。星に於ける磁場の起源としてはi)星が星間物質から凝縮して作られる過程で磁場も一緒に星にもちこまれたとする考え方，ii)星の内部のダイナモによるとする考え方，iii)以下で述べるバッテリー機構によるとする考え方に大別することが出来る。Ap型星の表面には対流層は存在しない（中心には対流核があるが）ことよりii)の考え方はAp型星の場合はあまり受け入れられない。又iii)のメカニズムもあまり有効ではないと思われていたこととも関係してi)の考え方がAp型星の磁場の起源としては従来優力であった。

ここではiii)のバッテリー機構について再検討し，従来考えられていなかった輻射圧の効果を考慮に入れると，バッテリ

一機構はAp型星の磁場の起源としてかなり有力なものであることを強調する。

## §2. バッテリー機構

バッテリー機構はBiermann[1]によって云いだされたものでionとelectronとからなるself-gravitatingな廻転ガス体に於ては、非常に弱いものではあるがポロイダル(子午面内)な電流が特殊な場合をのぞいて流れざるを得ず、その結果長年の間にかなり強いトロイダルな磁場が出来るというものである。もう少し具体的に述べると次のような機構である。即ちガス球を考えた場合、ionの質量はelectronのそれに比べて圧倒的に大きいので重力のためionは相対的に内側へずれようとする。一方electronは軽いために浮き上ろうとする。その結果電場が生じるわけであるが、完全に球対称なガス球では生じる電場の方向は完全に動径方向であり、この電場はelectronとionとが分離することによって打ち消され別に電流は流れない。ところが若しガス球が廻転していると事情が少し違って来る。即ちionには重力の他に遠心力が働く。単位質量当りの遠心力は一般にカールフリーではなく従ってそれによって生じる電場も一般にカールフリーではない。一方electronとionとの分離によって出来る電場は相互間の作

用が中心力であることより当然カールフリーである。従って election と ion との単なる静的分離だけでは上に述べた遠心力による電場を打ち消すことが出来ない。即ちその差をおぎなうために電流が流れざるを得ないことになり，トロイダルな磁場が発生する。

上のことを式で議論すると，まずオームの法則は

$$\frac{\underset{\sim}{i}}{\sigma} = \underset{\sim}{E} + \underset{\sim}{v} \times \underset{\sim}{B} + \frac{1}{n_e e} \nabla p_e - \frac{1}{n_e e} \underset{\sim}{i} \times \underset{\sim}{B} \tag{1}$$

但し，$p_e$: election pressure，$n_e$: election の number density，その他通常の記号である。右辺の第三項がバッテリー項であり $\mathrm{curl}\,(\nabla p_e / n_e e) \neq 0$ だと電流が流れ磁場が発生することになる。ところで釣合いの式

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla p_g + \nabla \varphi + \Omega^2 \underset{\sim}{\varpi} \tag{2}$$

と次の関係式

$$p_e = \frac{Z}{Z+1} p_g \,, \qquad n_e = \frac{Z}{A m_H} \rho \tag{3}$$

を使うと

$$\nabla p_e / n_e e = \frac{A m_H}{(Z+1) e} \left( \nabla \varphi + \Omega^2 \underset{\sim}{\varpi} \right) \tag{4}$$

となる。但し，$p_g$：全ガス圧，$\rho$：密度，$m_H$：水素原子の質量，$A$：質量数，$Ze$：ion の電荷，さらに $\varphi$：重力ポテンシャル，$\Omega$：廻転の角速度である。$\Omega = \Omega(\varpi)$ の場合をのぞいて一般に $\mathrm{curl}\,(\Omega^2 \underset{\sim}{\varpi}) \neq 0$，従って $\mathrm{curl}\,(\nabla p_e / n_e e) = A m_H / (Z+1) e \ \mathrm{curl}\,(\Omega^2 \underset{\sim}{\varpi}) \neq 0$ .

この機構によって発生し得る磁場の強さはA型星のように速く廻転している星では $10^6$ ガウス位にはなり得る。

## §3. 始めから星にポロイダル磁場がある場合

前章の話だとバッテリー機構は廻転星にトロイダル磁場を発生させる非常に有効な機構のように見えるが実は星に僅かのポロイダル磁場があるとほとんど完全にこの機構はきかなくなってしまうことが示されている（Mestel and Roxburg[2]）。

まず第一に、ポロイダル磁場（以後 $\underset{\sim}{B}_p$ と書くことにする）があると（それがかなり弱いもの、例へば 0.1 ガウス以下でも）、たとえバッテリー項 $\nabla p_e/n_e e$ の働きでポロイダルな電流が流れるとしてもそれは $\underset{\sim}{B}_p$ と平行でなければならないことになる。なぜならばもしそうでないと、Lorentz force $\underset{\sim}{j}\times\underset{\sim}{B}$ のトロイダル成分が存在してしまう。しかしこれとバランスする力はない。従って才一4の式の右辺の第二項のポロイダル成分 $(\underset{\sim}{v}\times\underset{\sim}{B})_p$ が $\nabla p_e/n_e e$ の $\underset{\sim}{B}_p$ に垂直な成分を打ち消すように僅かに廻転の角速度が変化し、最終的には $\underset{\sim}{j}_p \parallel \underset{\sim}{B}_p$ となったところで落ちつくと思われる。この調整のためのタイムスケールはかなり短かい（$10^{3\sim4}$ 年）。従って十分よい近似で $\underset{\sim}{j}_p \parallel \underset{\sim}{B}_p$ としてよい。

次に $\underset{\sim}{B}_p$ にそってどれだけ電流が流れ得るかという問題に

なるが、$\underset{\sim}{j}_p \parallel \underset{\sim}{B}_p$ なることを考慮すると $\nabla p_e / n_e e$ の $\underset{\sim}{B}_p$ にそっての線積分は次のようになることがわかる：

$$\oint_{\underset{\sim}{B}_p} \frac{\nabla p_e}{n_e e} d\underset{\sim}{s} = \frac{A m_H}{(Z+1) e} \oint_{\underset{\sim}{B}_p} \Omega^2 \underset{\sim}{\varpi} \, d\underset{\sim}{s} \tag{5}$$

ところが磁場は物質に frozen していることより、$\underset{\sim}{B}_p$ にそっての廻転の角速度 $\Omega$ は一定である（Ferraro's isorotation law）。従って(5)の積分は零となる。即ち電流は流れないことになり、磁場の発生はない。

上の議論はポロイダルな mass flow（meridional circulation）がない場合の話である。meridional circulation があると、$\underset{\sim}{j}_p \parallel \underset{\sim}{B}_p$ 及び isorotation law は成り立たなくなり上の議論は多少変って来る。しかしこの場合にも多少複雑な計算ののち、やはり電流は流れないことが示される。

## §4. 輻射圧の影響を考慮した場合[3)]

前章の結論だとバッテリー機構は星の磁場を作る機構としてはあまり有効なものではないことになるが、A型星などの早期星では輻射圧は全ガス圧の数パーセントあり、かならずしも無視することは出来ない。特に上に述べたように輻射圧の影響を入れないとバッテリー機構はきかないので、今の場合、輻射圧の影響を調べることは重要である。

輻射圧を考慮に入れると、オームの式及び静的釣合の式は次のように書ける。

$$\frac{\underset{\sim}{j}}{\sigma}=\underset{\sim}{E}+\underset{\sim}{v}\times\underset{\sim}{B}+\frac{1}{n_e e}\left(\nabla p_e+\alpha\nabla p_r\right)-\frac{1}{n_e e}\underset{\sim}{j}\times\underset{\sim}{B} \qquad (1)'$$

$$0=-\frac{1}{\rho}\nabla(p_g+p_r)+\nabla\varphi+\Omega^2\underset{\sim}{\varpi}+\frac{1}{\rho}\underset{\sim}{j}\times\underset{\sim}{B} \qquad (2)'$$

ここで $p_r$ は輻射圧で、$\alpha$ は一般に 1 の order の量である（次章参照）。バッテリー項は輻射圧の項がつけ加わって今の場合 $(\nabla p_e+\alpha\nabla p_r)/n_e e$ である。前章の議論が今度の場合もそのまま使えて、ポロイダル電流は流れるとしたら $\underset{\sim}{B}_p$ にそってでなければならない。即ち $\underset{\sim}{j}_p \parallel \underset{\sim}{B}_p$。次に $\underset{\sim}{B}_p$ のループにそってはたしてどの位の電流が流れるかを評価する。そのために $(\nabla p_e+\alpha\nabla p_r)/n_e e$ を $B_p$ にそって積分するわけであるが、まず(2)'及び(3)を使って $(\nabla p_e+\alpha\nabla p_r)/n_e e$ は次のように書きかえることが出来る。

$$\frac{1}{n_e e}\left[\nabla p_e+\alpha\nabla p_r\right]=\frac{Am_H}{(Z+1)e}\left[\frac{\alpha(Z+1)-Z}{\rho}\nabla p_r+\nabla\varphi+\Omega^2\underset{\sim}{\varpi}+\frac{1}{\rho}(\underset{\sim}{j}\times\underset{\sim}{B})_p\right] \qquad (6)$$

今 $\underset{\sim}{j}_p \parallel B_p$ 及び isorotation law を使うと

$$\oint\frac{1}{n_e e}\left[\nabla p_e+\alpha\nabla p_r\right]d\underset{\sim}{s}=\frac{Am_H}{(Z+1)e}\oint\frac{\alpha(Z+1)-Z}{\rho}\nabla p_r\cdot d\underset{\sim}{s}. \qquad (7)$$

右辺の積分は多少変形すると $\Omega^2\varpi\Delta\beta$ の order であることがわかる。ここで $\varpi$ は廻転軸からの距離、$\beta$ は全圧 $(p_g+p_r)$

のうちガス圧のしめる割合．i.e., $\beta = p_g/(p_g + p_m)$ 、$\Delta\beta$ は $B_p$ の loop にそっての $\beta$ の値の差である。 そうすると流れる電流 $j_p$ は $j_p \sim [Am_H\sigma/(Z+1)e]\,\Omega^2\varpi\Delta\beta$ となり．発生し得るトロイダル磁場 $H_t^{(12)}$ は

$$H_t^{(12)} \sim 4\pi\sigma \frac{Am_H}{(Z+1)e}\,\Omega^2\varpi\Delta\beta\, D \qquad (8)$$

となる。 ここでDは $B_p$ のループの動径方向の代表的サイズである。

A型星の代表として質量Mが $2.5M_\odot$，半径 R が $1.59R_\odot$ で且つ 190km/sec の速さで廻転している星を考え．$D \sim 0.2R$ とすると、モデルより T(温度) $\sim 6\times10^5$ °K ，$\sigma \sim 9.3\times10^{-6}$ emu $\Delta\beta \sim 1.2\times10^{-2}$．$\Omega^2\varpi \sim 3.3\times10^3$ cm/sec$^2$ となり．これらを(8)に代入すると $H_t^{(13)} \sim 4.8\times10^3$ ガウスとなる。 もっとも(8)であたえられる磁場は発生した磁場が dissipation とバランスして quasi-steady state に到った時の値である。 そのような状態に到する時間 $\tau_c$ を estimate してみると $7.4\times10^8$ years 程度である。 一方A型星が主系列にいる時間 $\tau$ は．これより短かく $3.3\times10^8$ years 程度である． 従って実際に到し得る磁場の強さ $H_t^{(13)}(\tau)$ は

$$H_t^{(12)}(\tau) \sim H_t^{(13)}\left(1 - e^{-\tau/\tau_c}\right) \sim 1600\ G \qquad (9)$$

となる。

上の結果は meridional circulation が存在するとしても変らない。

## §5. 一般化されたオームの式について

前章では輻射と物質との相互作用を考慮に入れた場合の一般化されたオームの式は(1)′のような形になるとして計を進めた。輻射との相互作用がある場合のオームの式をちやんと求めるには、Chapman Enskog 流の perturbation method による拡散速度の計算を物質と輻射との相互作用を考慮に入れて拡張すればよい。そのような計算過程によって得られるオームの式は(1)′の形になる[4]。しかしそのような詳しい議論をしなくても、大体の話としては、(1)′式の係数αは光子と物質とが相互作用する場合の光子の運動量のうち自由電子にわたされる割合（1より大きいこともある。なぜならば電子と陽子とが逆方向に飛ばされることがあるからである）と思ってよいことは想像がつくであろう。

以下では bound-free transition だけの場合について、係数αの具体的な形について結果だけを述べることにする。内部量子状態 $l$ なる $j$ ion に振動数 $\nu$ なる光子があたった場合、色々な方向にある確率分布をもつて電子が飛び出すわけであるが、飛び出す自由電子の平均の方向は光子の入射方向と一

致する筈である。 今その運動量の大きさを光子の運動量 $h\nu/c$ を単位として測って $p^{jl}(\nu)$ であるとすると、$\alpha$ は次のように各過程による $p^{jl}(\nu)$ を weight をつけて平均したものである：

$$\alpha = \frac{\sum_{j,l}\int \frac{\kappa_\nu^{jl}}{\kappa_\nu}\, p^{jl}(\nu)\frac{dB_\nu}{dT}\,d\nu}{\int \frac{dB_\nu}{dT}\,d\nu} \tag{10}$$

ここで $\kappa_\nu^{jl}$ は上に述べた $jl$ 過程による吸收係数で、$\kappa_\nu$ は各過程の振動数 $\nu$ に於ける和である。又 $B_\nu$ は黒体輻射を表わす。

具体的な $p^{jl}(\nu)$ の値は Sommerfeld[5)]、Schur[5)]、Stix[5)] 等によって計算されており、K-shell electron、L-shell electron に対してそれぞれ次のようになっている。

$$p^{jl}(\nu) = \begin{cases} \frac{8}{5}(1-x) & (\text{K-shell}) \\ \frac{8}{5}(1-x)^2 & (\text{L-shell, s-electron}) \\ \frac{4}{5}\,\frac{7+22x}{3+8x}(1-x) & (\text{L-shell, p-electron}) \end{cases} \tag{11}$$

ここで $x \equiv \chi/h\nu$ で $\chi$ は電離ポテンシャルである。$x>1$ では $p^{jl}(\nu)$ は零である。

1) Biermann, L. 1950, Z. Naturf., 5a, 65.

2) Mestel, L. and Roxburgh, I. W. 1962, Ap. J., 136, 615.

3) Kato, S. and Nakagawa, Y. 1969, Astrophys. Space Sci., 5, 171.

4) Nakagawa, Y. and Kato, S. 1969, ~~[illegible]~~ submitted to Astron. and Astrophys.

5) Sommerfeld, A. 1944, Atombau und Spektrallinien, 2. Aufl. Band II, Kap. 6.

Schur, G, 1930, Ann. d. Phys. 5, 433.

Stix, M. 1969 (to be published in Astron. and Astrophys.)